ЭКЗАМЕНАЦИОННИЙ БИЛЕТ № 26  
Стецюк Д.Р. ПМИ 202

**1.** Нормированное уравнение прямой.

Пусть на плоскости зафиксирована прямоугольная декартова система координат Oxy. Пусть дана некоторая прямая L. Проведём через начало координат прямую n, перпендикулярно данной и назовём её нормалью к прямой L. Буквой A отметим точку, в которой нормаль пересекает прямую L На нормали введём направление от точки O к точке N (таким образом зададим вектор ).

Его координаты равны соответственно и , - углы между вектором и положительными направлениями координатных осей Ox и Oy соответственно, то есть, , . В качестве точки, через которую проходит прямая, возьмем точку А и будем считать, что она находится на расстоянии p единиц (p) от точки O в положительном направлении вектора (при p = 0 точка А совпадает с началом координат), то есть,.Получим уравнение, которое задает эту прямую линию .

Полученное уравнение вида называют уравнением прямой в нормальном виде.

**2.** Оптические свойства параболы.

Теорема. Касательная к параболе с фокусом 𝐹 в точке 𝑀 является биссектрисой угла между прямой 𝐹𝑀 и прямой, параллельной оси параболы.

Доказательство. Пусть 𝑀𝑀1 − перпендикуляр, проведенный из точки 𝑀 к директрисе, 𝑙 − биссектриса угла 𝐹𝑀𝑀1. Поскольку точка 𝑀 лежит на параболе, то , а значит, прямая 𝑙 является биссектрисой равнобедренного треугольника 𝐹𝑀𝑀1 и, следовательно, серединным перпендикуляром к отрезку 𝐹𝑀1. Поэтому для любой другой точки 𝑁 прямой 𝑙: 𝐹𝑁 = 𝑀1𝑁. Но отрезок 𝑀1𝑁 будучи наклонной, больше расстояния от точки 𝑁 до директрисы, поэтому точка 𝑁 не лежит на параболе. Итак, прямая 𝑙 и парабола имеют единственную общую точку. Очевидно также, что прямая 𝑙 будучи серединным перпендикуляром к отрезку 𝐹𝑀1 не параллельна оси параболы, поэтому эта прямая касательная. Теорема доказана.

Следствие. Оптическое свойство параболы.

Луч света, выпущенный из фокуса параболического зеркала, после отражения пойдет параллельно оси.

**3.** В параллелограмме АВСD известны вершины А(1;-2), В(2;3) и С(5;6). Найти вершину D.

Решение:

Из названия параллелограмма ABCD => AC и BD являются его диагоналями. По свойству параллелограмма - диагонали в точке их пересечения делятся пополам. Пусть точка пересечения диагоналей K.

Координаты концов для диагонали AC даны в условии, => координаты точки K можно вычислить по формуле .

Таким образом точка K имеет координаты (3,2).

Аналогично найдём один из концов диагонали BD, один из концов которого дан в условии, а координаты точки пересечения K мы нашли ранее:

Выразим координаты точки D:

Ответ: Точка D имеет координаты (4;1).

**5.** Проверить, лежит ли прямая 𝑥на плоскости

**Задача решается с использованием п.6 (Условия принадлежности прямой к плоскости) Лекции 10.**

Решение:

Если прямая лежит на плоскости, то : точка (а, значит, и точки данной прямой) удовлетворяет уравнению плоскости:

=>

=>

Ответ: Прямая 𝑥 лежит на плоскости.

**4.** Даны две вершины треугольника А(2;-3) и В(5;1), уравнение стороны ВС: х + 2у – 7 = 0 и медианы АМ: 5х – у – 13 = 0. Найти уравнение медианы ВР.

Решение:

Так как BP – медиана, проведённая к стороне AC, то она разделит AC в точке P пополам. Таким образом, чтоб найти уравнение медианы требуется знать координаты точки P.

Для нахождения координат точки P используем формулы координат середины отрезка:

Составим уравнение прямой, на которой лежит медиана (через точку B(5;1) и точку P(x;y)). Очевидно, направляющим вектором прямой BP, которая проходит через точки B и P, является вектор , он имеет координаты:

(*)*

Таким образом, мы имеем все необходимые данные, чтобы написать каноническое уравнение прямой BP – координаты ее направляющего вектора:

Не знаю, как найти координаты точки C в данном случае, что не даёт решить задачу по описанному выше алгоритму.

Надо найти координаты точки М (пересечение данных прямых)

Так как М середина отрезка ВС, то находим С.